

Tout ce qui suit, hormis le tableau récapitulatif des différentes modalités, est une reproduction verbatim d'extraits des différents rapports et notices des concours.

1. Les différentes modalités des oraux

<i>CCINP</i>	30 minutes de préparation, 20 minutes d'exposé (sur 14), 10 minutes sur un exercice sans préparation (sur 6)
<i>Mines-Ponts</i>	Deux (occasionnellement trois) exercices (algèbre/analyse ou probas/analyse) sur l'ensemble des programmes des deux années. Temps de préparation de 15 minutes sur un premier exercice, passage au tableau entre 50 min et une heure. Selon le sujet proposé, l'utilisation de la calculatrice pourra ou non être autorisée.
<i>Mines-Telecom</i>	30 minutes, deux exercices, sans préparation
<i>Centrale – Maths</i>	30 minutes sans préparation
<i>Centrale – Math-info</i>	30 minutes de préparation avec ordinateur équipé de pyzo, 30 minutes d'exposé
<i>ENS-X-ESPCI</i>	50-60 minutes sans préparation

2. Remarques sur le déroulement des épreuves

(Dans toute la suite, on alternera le genre des personnes évoquées, dans un but expérimental de parité.)



Il est strictement interdit d'utiliser un casque anti-bruit. Tout signe d'appartenance à un établissement, à une formation ou à une CPGE est interdit (sweats, bandanas, badges...)

Remarques particulières pour l'oral de mathématiques de CCINP

→ Modalités de l'épreuve

L'épreuve orale de mathématiques comporte deux exercices. L'énoncé du premier exercice est remis à la candidate lors de son entrée dans la salle d'interrogation. Pour le résoudre, le candidat dispose d'environ trente minutes de préparation écrite et de vingt minutes d'exposé oral. Ce temps écoulé, un second exercice est donné à la candidate qui dispose alors pour sa résolution d'environ dix minutes d'exposé oral.

Le premier exercice, que nous appellerons l'exercice majeur, est noté sur 14 points. Il est issu d'une banque d'exercices et est posé au même moment, par toutes les examinatrices, à tous les candidats ayant le même horaire de passage. Pour ce qui est de cet exercice majeur, l'objectif est de produire des énoncés progressifs, comportant plusieurs questions, en évitant celles qui sont bloquantes. Le but est clairement de permettre à une candidate correctement préparé d'utiliser efficacement le

temps de préparation écrite qui lui est alloué. La banque d'exercices est bien sûr modifiée chaque année et les exercices qui la constituent abordent toutes les parties du programme de première et de seconde année.

Le second exercice est, quant à lui, noté sur 6 points. Comme l'exercice majeur, il est issu d'une banque d'exercices. Contrairement à l'exercice majeur qui est choisi par le coordonnateur de l'épreuve, le choix de ce second exercice est laissé à l'examinateur. Des candidats ayant le même horaire de passage ont donc le même exercice majeur mais pas nécessairement le même deuxième exercice. Ce second exercice ne bénéficie pas d'un temps de préparation écrite. Il porte sur des thèmes distincts de ceux abordés dans l'exercice majeur, ce qui permet une évaluation des compétences de la candidate sur un spectre suffisamment large.

→ Quelques conseils aux étudiants

La stratégie qui consiste à faire des impasses lourdes sur certaines parties du programme n'est pas objectivement payante pour les candidats. Il est en effet important de rappeler que les exercices, qu'ils soient majeurs (sur 14 points) ou secondaires (sur 6 points), abordent toutes les parties du programme (première et seconde années). Il y a donc des exercices (majeurs ou secondaires) traitant des fonctions de plusieurs variables, de polynômes ou encore de nombres complexes. Ces exercices sont souvent volontairement plus faciles que les autres et une candidate qui maîtrise les définitions de base peut s'octroyer un nombre appréciable de points. Il y a aussi des exercices (majeurs ou secondaires) portant principalement sur le programme de première année. Il est donc très utile pour un candidat de consolider ses acquis antérieurs.

Bien maîtriser le temps de préparation écrite est un enjeu important pour une bonne réussite de l'oral. La chose n'est pas aisée et nécessite sans doute un entraînement spécifique. Il faut notamment veiller lors de la préparation écrite à ne pas rester bloqué au niveau d'une question alors que l'on peut en admettre le résultat et traiter la suite. Il est utile à ce sujet de rappeler que les exercices se veulent non bloquants et que par conséquent, les résultats intermédiaires sont

donnés. Ajoutons qu'il est sans doute bon de lire le sujet dans son ensemble avant de se lancer. L'idéal serait qu'une candidate ait réfléchi à toutes les questions lors de son temps de préparation écrite.

Au niveau de l'exposé oral, il est conseillé de présenter en priorité les questions que l'on a su traiter. Il ne faut pas perdre de temps à reproduire lentement des calculs déjà effectués lors du temps de préparation écrite. L'intérêt du candidat est donc de présenter de manière précise, concise et rapide tout le travail effectué lors de la préparation écrite et de disposer ainsi d'un maximum de temps pour aborder des questions non traitées avec une aide éventuelle de l'examinatrice. Rappelons que s'agissant d'un oral, il est inutile de recopier au tableau tout ce qui est dit. Il faut aussi insister sur l'importance qu'il y a à faire preuve d'énergie et de volontarisme. Même si la phase de préparation écrite ne s'est pas bien déroulée, tout est encore possible.

Le temps alloué à la résolution du second exercice est d'une dizaine de minutes. De plus, cet exercice ne bénéficie pas d'un temps de préparation écrite. Une candidate a donc tout intérêt à faire preuve de vivacité, de réactivité ainsi que d'une bonne maîtrise des notions et savoir-faire de base.

Mines-Ponts

L'épreuve d'oral de mathématiques de la filière PC donne lieu à une préparation de 15 minutes sur table, portant sur un premier exercice. Un second exercice est proposé au milieu de l'épreuve, avec une réflexion « en direct ». Les deux exercices portent sur des domaines différents des programmes de première année PCSI et de deuxième année PC. Typiquement, le premier et le second exercice correspondent de préférence à un couplage algèbre/analyse ou probabilités/analyse, dans un ordre arbitraire. Le passage au tableau proprement dit dure entre une cinquantaine de minutes et une heure, et il est divisé en deux parties, occasionnellement en trois :

- ➡ une présentation des questions préparées et éventuellement une poursuite des questions « en direct » ;
- ➡ approximativement au milieu de l'épreuve, un deuxième exercice est proposé, même si le premier exercice n'est pas intégralement traité ;
- ➡ un troisième exercice sera exceptionnellement posé ou une question de cours occasionnellement demandé.

L'oral a pour objectif d'évaluer les candidats sur les points suivants :

- ➡ la connaissance et la compréhension des notions mathématiques des programmes de PCSI et PC ;

- ➡ la capacité technique de calculs ;
- ➡ la faculté à restituer une réflexion appropriée à une situation donnée, à gérer l'espace de travail (tableau à disposition), à interagir avec l'examinateur, celui-ci pouvant à tout moment interroger sur une question annexe au problème posé ou proposer une indication pour aider la candidate.

Les énoncés sont souvent moins détaillés qu'à l'écrit, ce qui permet de tester les connaissances des candidats mais aussi de mesurer leur aptitude à réagir devant une situation nouvelle ou une difficulté inattendue. En cas de difficulté, la candidate doit être actif et non attentiste. Tout problème appelle des remarques ou des commentaires (où est exactement le problème, quels sont les théorèmes du cours qui peuvent éventuellement être utiles pour sa résolution,...), à partir de là s'instaure un dialogue avec l'examinatrice qui a pour but de débloquer la situation. Pour que ce dialogue soit fructueux, une connaissance parfaite du cours, (et nous n'arrêtons pas de le répéter du seul cours au programme), est attendue, et pas seulement des principaux chapitres. Rappelons encore aux candidats que l'oral porte sur la totalité des programmes de PCSI et de PC et que toute impasse risque d'être très pénalisante.

Mines-Telecom

L'épreuve orale consiste en la résolution sans préparation de deux exercices portant sur des parties différentes du programme. Soulignons pour commencer que le programme est celui des deux années des classes préparatoires de la filière de la candidate.

Après les formalités, soit le candidat tire un sujet au sort, soit reçoit un sujet de l'examinateur. Tous les sujets comprennent deux exercices, et les candidates peuvent commencer par l'exercice de leur choix. Il y a donc une décision à prendre, pour cela l'examinatrice

sera quelques minutes de réflexion avant de commencer l'oral proprement dit.

Il est souhaitable que le candidat se décide assez rapidement et informe clairement l'examinateur par quel exercice il commence. On peut penser qu'il est préférable de commencer par la partie qu'on maîtrise le mieux, mais il faut être conscient que les deux exercices seront abordés pendant l'épreuve, pas forcément pendant la même durée.

Il n'est pas nécessaire de terminer les deux exercices pour avoir une bonne note.

Centrale

Chaque candidate dispose de 30 minutes pour aborder l'exercice proposé. Durant ces 30 minutes, le candidat prend connaissance de l'énoncé et tente de le résoudre. Nous profitons de ce temps pour évaluer la prise d'initiative, la capacité à élaborer une démarche, la mettre en œuvre et la critiquer mais aussi l'acquisition des méthodes et la rigueur dans les démonstrations. Les planches sont élaborées de façon à laisser le maximum d'initiative à la candidate.

Les planches proposées sont des supports pour évaluer les compétences du candidat. La résolution complète de l'exercice n'est pas un objectif absolu. Les candidates peuvent tout à fait obte-

nir une très bonne note en ne traitant qu'une partie de la planche. Cette année, nous n'avons pas remarqué de domaine nettement moins bien maîtrisé que les autres. (ce fut le cas pour la géométrie auparavant). Cependant, le calcul différentiel est le point faible de nombreux candidats. Rappelons-le, nous n'intervenons pas pour piéger les candidates mais pour demander des précisions sur une définition, un théorème, pour les orienter sur la bonne piste, ou pour vérifier la solidité des compétences. La plupart des candidats sait bien écouter l'examinatrice. La connaissance du cours est primordiale. Si une candidate est en difficulté, avant de lui donner une indication, il lui est souvent

demandé de citer un résultat de cours. Même s'il s'agit d'un oral, les quantificateurs doivent être impérativement écrits au tableau. Il arrive parfois que la candidate se trouve bloquée dans son raisonnement par exemple lorsqu'elle oublie qu'une égalité est vraie « pour tout élément de... », il ne pense plus à particulariser.

Dans le cas de **l'oral de mathématiques 2**, le jury attend que les candidats soient

familiarisés avec l'utilisation de **Python** (la distribution *Pyzo* est disponible sur les ordinateurs mis à disposition des candidates) et de ses bibliothèques *numpy*, *scipy* et *matplotlib*. Cependant, aucune connaissance de fonctions particulières n'est exigée ; les candidats auront à disposition, pendant l'épreuve, des documents listant un certain nombre de fonctions qui peuvent être utilisées pour résoudre les exercices proposés.

3. Remarques générales sur le déroulement des oraux

En entrant dans la salle d'interrogation, la candidate remet à l'examinateur sa convocation, une pièce d'identité et la feuille d'émargement des examinatrices. Il est souhaitable que ces documents soient prêts à l'avance, tout temps passé à rechercher l'un d'entre eux au fond d'un sac va raccourcir le temps de l'interrogation.

L'épreuve orale ne doit pas être un écrit debout et a pour but de tester, bien évidemment les connaissances en mathématiques et la capacité à les mettre en œuvre, mais aussi, voire surtout, la capacité de dialogue, d'écoute et de compréhension des remarques et indications de l'examinateur. Le candidat doit veiller à adopter une attitude qui favorise l'interaction, il est fortement déconseillé par exemple de rester face au tableau, le dos tourné à l'examinatrice, ou à l'inverse de se retourner vers l'examinateur pour faire

valider chaque étape des calculs.

Il faut surtout être réactif, savoir prendre des initiatives, mais aussi changer de stratégie si cela est conseillé, le pire défaut est de s'obstiner dans une voie qui conduit à une impasse en restant sourd aux remarques et indications. Un autre travers est de rester trop longtemps silencieux, on attend des candidates un certain dynamisme. Il est étonnant de voir des candidats passifs demander à l'examinatrice comment ils doivent faire.

En cas de difficulté, la candidate doit être active et non attentiste. Tout problème appelle des remarques ou des commentaires (où est exactement le problème, quels sont les théorèmes du cours qui peuvent éventuellement être utiles pour sa résolution,...), à partir de là s'instaure un dialogue avec l'examinateur qui a pour but de débloquer la situation. Pour que

ce dialogue soit fructueux, une connaissance parfaite du cours, (et nous n'arrêtons pas de le répéter du seul cours au programme), est attendue, et pas seulement des principaux chapitres. Rappelons encore aux candidats que l'oral porte sur la totalité des programmes de PCSI et de PC et que toute impasse risque d'être très pénalisante. Les examinatrices attendent des candidates une démarche structurée. À tout moment le candidat doit pouvoir expliquer ce qu'il fait et pourquoi il le fait, le type de raisonnement qu'il utilise et pourquoi dans ce cas précis il cherche à faire un tel raisonnement.

Certains cherchent à placer à tout prix des théorèmes ou des méthodes qu'ils connaissent sans chercher à savoir si ces théorèmes ont un intérêt pour la résolution du problème, d'autres se lancent dans des calculs, « pour faire quelque chose », sans aucune idée directrice. Reconnaître qu'on ne sait pas faire en expliquant pourquoi certaines méthodes ou

certain théorèmes auxquels on pense ne peuvent pas aboutir (par exemple parce qu'une des hypothèses n'est pas vérifiée), est beaucoup plus positif.

Les candidats doivent prendre conscience que cet oral est long. Les examinateurs n'attendent pas que les candidates parlent tout le temps. Ces dernières doivent se ménager des temps de réflexion, en particulier pour répondre aux questions qui leur sont posées. Ils doivent aussi savoir écouter l'examinatrice et éviter de faire trop souvent répéter la question posée.

Il faut également faire attention à l'organisation du tableau (*notamment en l'organisant en colonnes*) : il est regrettable qu'après deux, voire trois, années de colles on puisse encore éparpiller des calculs aux quatre coins du tableau.

L'expression « du coup » est très à la mode, elle rend la prestation particulièrement désagréable lors qu'elle est prononcée toutes les 30 secondes.

4. Remarques sur les mathématiques

Nous avons noté une faiblesse générale en calculs : les candidates peuvent perdre un temps fou sur un calcul de dérivée, l'utilisation d'une formule de trigonométrie, le calcul d'un discriminant ou sur l'étude d'une fonction simple. Quant aux recherches de primitives, même les plus simples posent parfois problème.

Les questions mathématiques mises en jeu dans les planches d'oraux donnent l'occasion de tester les candidats sur la prise de recul et sur la capacité d'appropriation de l'énoncé. Il n'est pas rare d'en voir qui se lancent sans but précis dans certains calculs. Nous remarquons également que beaucoup de candidates

sont désespérés devant un énoncé assez simple mais qui sort du cadre classique, avec à la clé des fautes de raisonnements logiques ou de calculs d'inégalités assez importantes. Un schéma ou une étude d'exemple simple permet parfois d'engager l'échange pour notamment le second exercice en général plus ouvert. Rappelons les attentes évaluées en analyse par exemple. Il faut principalement savoir faire trois choses : majorer avec des valeurs absolues, maîtriser la différence entre inégalités strictes et larges et ne pas diviser par zéro (i.e. s'assurer

qu'on divise par un terme non nul ou opérer une disjonction de cas). Par exemple, à l'oral, « positif » et « strictement positif » ont un sens différent. Les candidats qui ont travaillé ces trois points se démarquent.

Le cours de première année est souvent très mal connu : par exemple nombres complexes et trigonométrie ; ou encore les polynômes : les correspondances entre racines de polynômes et divisibilité ne sont pas toujours bien assimilées ou appliquées.

Algèbre / Algèbre linéaire

1. Si une matrice M est semblable à une (matrice d')homothétie (de la forme λI_n), alors M **est égale** à une homothétie !
2. Les candidats ne savent pas toujours lire les valeurs propres d'une matrice triangulaire.
3. Lorsqu'un endomorphisme est représenté par une matrice, la candidate (en particulier dans le cadre du théorème du rang) confond souvent la taille de la matrice et la dimension de l'espace de « départ ».
4. Dans les problèmes de réduction, le recours à la matrice de l'endomorphisme reste encore trop fréquent même quand les éléments propres sont accessibles par d'autres moyens plus rapides.
5. Le recours au calcul du polynôme caractéristique dans le cas de la réduction est presque automatique même quand on peut s'en passer allègrement pour déterminer le spectre, notamment pour les matrices de rang faible.
6. Les raisonnements par récurrence sont souvent mal faits, notamment en raison d'une hypothèse de récurrence incorrectement formulée.
7. Le déterminant est toujours souvent oublié comme test de l'inversibilité d'une matrice ou la preuve de l'obtention d'une base.
8. La preuve pour avoir un produit scalaire est soit bâclée par manque de rigueur, soit traîne en longueur alors qu'on peut résumer certaines pro-

- propriétés venant des applications définissant le produit scalaire étudié.
9. Encore beaucoup de candidates ne connaissent pas ou mal le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. On peut mettre en parallèle l'expression d'une projection orthogonale dans une base orthonormale. Cette dernière propriété est souvent oubliée.
 10. Toujours dans le même ordre d'idées, le calcul de distance entre un vecteur, ou un point, et un sous-espace vectoriel de dimension finie n'est pas systématiquement identifié ou la méthode de calcul avec le projeté orthogonal n'est pas bien maîtrisé.
 11. La distance d'un vecteur à un sous-espace vectoriel d'un espace euclidien est comprise du point de vue théorique mais se révèle très souvent incalculable.
 12. Une matrice diagonalisable « devient diagonale dans la nouvelle base ».
 13. Tout espace vectoriel de dimension finie se voit attribuer une base canonique.
 14. Tout sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel E de dimension finie admet un unique supplémentaire et admet une base extraite d'une base donnée de E .
 15. Le rang d'une application linéaire est rarement associé au rang des vecteurs colonnes d'une matrice la représentant.
 16. Les isométries vectorielles du plan euclidien sont mal connues.
 17. Les candidats pensent rarement à appliquer l'inégalité de Cauchy Schwarz, mais nous devons aussi constater qu'elle est souvent mal maîtrisée.

Analyse

1. **De manière générale, les valeurs absolues sont trop largement omises dans les inégalités !**
2. Déterminer une série entière solution d'une équation différentielle linéaire se révèle impossible pour un nombre important de candidates car la méthode n'est absolument pas acquise.
3. Les méthodes de résolution des suites récurrentes doivent être connues.
4. On observe aussi souvent une confusion entre le passage à la limite dans les inégalités et le théorème d'encadrement, aussi bien pour les fonctions que pour les suites : dans le premier cas l'existence de la limite est dans les hypothèses et le résultat est la valeur de la limite, dans le second cas l'existence de la limite est dans la

- conclusion, avec, en plus, sa valeur.
5. Les passages à la limite sont souvent hasardeux et manquent de rigueur, que se soit dans la simple utilisation de la continuité ou l'utilisation de théorème exigeant des hypothèses rigoureuses.
 6. Les hypothèses des théorèmes de dérivations des intégrales à paramètres sont en général bien connues. Les candidates n'ont en revanche aucune aisance lorsqu'il s'agit de majorer l'intégrande.
 7. La continuité de l'intégrande d'une intégrale est presque systématiquement oubliée dans la justification de la convergence de l'intégrale.
 8. Le théorème d'intégration par parties est rarement énoncé comme il l'est dans le programme.
 9. Le cours sur les séries alternées est dans l'ensemble bien maîtrisé, hormis le signe du reste d'ordre n .
De plus les candidates sont souvent démunies devant une série alternée ne vérifiant pas les hypothèses du critère spécial, n'envisageant même pas qu'elle puisse être absolument convergente.
 10. Dans l'utilisation du critère de comparaison sur les séries ou les intégrales, la positivité des expressions est presque systématiquement oubliée.
 11. Le théorème des valeurs intermédiaires est un outil assez bien utilisé.
- Toutefois, le théorème des accroissements finis, souvent très utile, est méconnu de la plupart des candidats.
12. Les notions d'équivalents, de domination et de négligeabilité et les développements limités (en particulier celui de $\ln(1 - x)$) sont mal connus par un nombre important de candidates. Ces dernières se trouvent alors incapables de justifier la convergence d'une série ou d'une intégrale impropre.
 13. Le vocabulaire des intégrales généralisées (intégrale convergente, intégrale absolument convergente, fonction intégrable) est source de confusions. Ceci a souvent pour conséquence une incapacité à déterminer le domaine de définition d'une intégrale à paramètre.
 14. Le calcul différentiel des fonctions à plusieurs variables reste encore très mal connu des candidats. La notion de continuité même n'est pas maîtrisée. Encore de très nombreuses candidates ne la vérifient que sur les deux directions données par les axes. Quant à la notion de dérivée partielle, rares sont ceux qui posent correctement la limite à calculer. Par ailleurs, la formule de dérivation en chaîne qui peut s'avérer très utile pour la résolution d'équations aux dérivées partielles est souvent méconnue.

Probabilités

1. les exercices de probabilités sont trop souvent traités en dépit de toute rigueur, le candidat se contentant parfois d'énoncer une formule numérique, sans justification formalisée.
2. Il est indispensable de raisonner en termes d'événements avant de se lancer dans des calculs de probabilités. Il s'agit par exemple d'utiliser un système complet d'événements pour obtenir une somme finie, une sigma-additivité pour une somme de série, une indépendance pour obtenir un produit, etc. Ces arguments doivent être clairement explicités. La plupart des candidates doivent progresser sur ce point.
3. De nombreux candidats multiplient ou somment des probabilités sans parler d'indépendance ou d'incompatibilités. D'ailleurs, ces deux dernières notions sont souvent confondues.
4. La loi des variables aléatoires est souvent donnée sans préciser l'ensemble des valeurs prises.
Il est rappelé qu'on n'affirme pas qu'un variable suit une loi usuelle sans une vérification attentive des hypothèses !
5. Dans l'ensemble, les lois usuelles sont connues mais leurs espérances et variances font trop souvent l'objet d'une redémonstration qui occasionne une perte de temps.
6. Les résultats liés à la formule des probabilités totales sont énoncés sans aucune justification. Nous attendons du candidat qu'il considère un système complet d'événements puis qu'il indique qu'il va utiliser la formule des probabilités totales.
7. La loi faible des grands nombres n'est pas suffisamment connue ou même correctement utilisée. Certaines candidates ne voient pas son utilisation dans une simulation informatique.
8. Nombreuses sont les confusions :
 - ➡ entre événement et variable aléatoire,
 - ➡ entre événements indépendants et événements incompatibles,
 - ➡ entre réunion et intersection d'événements,
 - ➡ entre suite croissante et suite décroissante d'événements.